Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б1.О.18 Уравнения математической физики

наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом

Направление подготовки / специальность

01.03.01 Математика

Направленность (профиль)

01.03.01.31 Математический анализ, алгебра и логика

Форма обучения очная

Год набора 2020

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Программу составили ______________________________

канд. физ.-мат. наук, доцент, Сорокин Р.В.

должность, инициалы, фамилия

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель преподавания дисциплины

Целью курса «Уравнения математической физики» является формирование у студентов ключевых компетенций на основании изучения методов решения уравнений с частными производными, являющихся основным математическим аппаратом для задач физики, механики, техники для создания новых функциональных материалов.

В курсе изучаются краевые задачи и задача Коши для линейных уравнений в частных производных второго порядка. Данные задачи возникают в различных областях науки и техники.

В первой части курса рассматриваются классические постановки задач. Изучается задача Коши для волнового уравнения и уравнения теплопроводности, краевые задачи для уравнений эллиптического, параболического и гиперболического типов.

Вторая часть курса посвящена разрешимости задач в классах обобщенных функций. Изучаются постановки краевых задач для уравнений эллиптического, параболического и гиперболического типов.

1.2 Задачи изучения дисциплины

Основными задачами изучения дисциплины “Уравнения математической физики” являются усвоение и применение на практике следующих разделов и тем:

- понятие линейного уравнения в частных производных второго порядка, определение типа уравнения, его приведение к каноническому виду;
- постановки краевых задач;
- корректность по Адамару;
- задача Коши для уравнения колебаний. Формула Даламбера;
- задача Коши для уравнения теплопроводности. Формула Пуассона;
- метод Фурье решения краевых задач;
- принцип максимума для эллиптических и параболических уравнений;
- определение обобщенной производной и ее свойства;
- определение обобщенного решения краевых задач. Разрешимость в классах обобщенных функций;
- функциональные методы решения краевых задач для эллиптических, параболических и гиперболических уравнений.

1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине
ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	

ОПК-1.1: Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности	Знает основные определения, теоремы и факты, относящиеся к теории дифференциальных уравнений в частных производных Умеет применять общие методы исследования (решения) к конкретной задаче для дифференциальных уравнений в частных производных Владеет общими методами исследования (решения) к конкретной задаче для дифференциальных уравнений в частных производных
ОПК-1.2: Осуществляет выбор метода решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Знает методы решения к конкретной задаче для дифференциальных уравнений в частных производных Умеет адаптировать метод решения применительно к конкретной поставленной задаче Владеет практическими навыками решения конкретных задач для уравнений в частных производных
ОПК-2: Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, технике, экономике и управлении	
ОПК-2.1: Выписывает математические постановки классических моделей, применяемых в естествознании, технике, экономике и управлении	Знает математические постановки классических математических моделей, основанных на дифференциальных уравнениях в частных производных Умеет выписывать постановки краевых задач для дифференциальных уравнениях в частных производных Владеет навыками определения типа поставленной задачи
ОПК-2.2: Исследует и анализирует математические модели, применяемые в естествознании, технике, экономике и управлении	Знает основные методы исследования и анализа классических математических моделей, основанных на дифференциальных уравнениях в частных производных Умеет правильно выбрать метод исследования (решения) задачи Владеет методами решения задач для уравнений в частных производных

1.4 Особенности реализации дисциплины

Язык реализации дисциплины: Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется без применения ЭО и ДОТ.

2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	Сем естр	
		1	2
Контактная работа с преподавателем:	**3,89 (140)**		
занятия лекционного типа	1,94 (70)		
практические занятия	1,94 (70)		
Самостоятельная работа обучающихся:	**1,11 (40)**		
курсовое проектирование (КП)	Нет		
курсовая работа (КР)	Нет		
Промежуточная аттестация (Зачёт) (Экзамен)	**1 (36)**		

3 Содержание дисциплины (модуля)

3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

№ п/п	Модули, темы (разделы) дисциплины	Контактная работа, ак. час.							
		Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа				Самостоятельная работа, ак. час.	
				Семинары и/или Практические занятия		Лабораторные работы и/или Практикумы			
		Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС
1. Введение. Классификация уравнений 2го порядка. Краевые задачи.									
	1. Классификация уравнений 2-го порядка	2							
	2. Определение типа уравнений. Уравнения Лапласа, Пуассона, Трикоми, уравнение теплопроводности, волновое уравнение	2							
	3. Постановки краевых задач (1-го, 2-го, 3-го рода) для стационарных уравнений. Физический смысл. Определение классического решения. Примеры.	2							
	4. Постановки краевых задач (1-го, 2-го, 3-го рода) и задачи Коши для нестационарных уравнений (теплопроводности, колебания). Физический смысл. Определение классического решения. Примеры	2							
	5. Теорема единственности классического решения первой (второй) краевых задач для одномерного волнового уравнения (уравнения колебания струны).	2							

6. Метод разделения переменных для уравнения колебания струны. Однородное уравнение с однородными граничными условиями. Задача Штурма-Лиувилля. Обоснование сходимости ряда. Исследование гладкости полученного решения. Теорема существования классического решения.	4							
7. Метод разделения переменных для уравнения колебания струны. Неоднородное уравнение с однородными граничными условиями. Неоднородное уравнение с неоднородными граничными условиями.	2							
8. Метод разделения переменных для уравнения теплопроводности в стержне. Однородное уравнение с однородными граничными условиями. Задача Штурма-Лиувилля. Обоснование сходимости ряда. Исследование гладкости полученного решения. Теорема существования классического решения.	2							
9. Классификация уравнений второго порядка, приведение уравнений к каноническому виду			2					
10. Задача Коши для гиперболического уравнения. Нахождение частного решения			2					
11. Характеристическое уравнение для функции двух переменных, приведение уравнения к каноническому виду			2					
12. Постановки краевых задач. Условия согласования для начально-краевых задач			2					
13. Метод Фурье для однородного волнового уравнения			4					
14. Метод Фурье для неоднородного волнового уравнения			2					
15. Метод Фурье для уравнения теплопроводности			2					

16. Метод Фурье для уравнения теплопроводности, случай неоднородных краевых условий			2					
17. Изучение теоретического материала по разделу 1							4	
18. Решение задач по разделу 1							6	
2. Задачи Коши для уравнений в частных производных. Принцип максимума.								
1. Корректность по Адамару. Примеры некорректно поставленных задач. Пример Адамара.	2							
2. Задача Коши для волнового уравнения. Формула Даламбера. Формула Пуассона. Первая краевая задача на полупрямой.	2							
3. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Формула Пуассона. Обоснование сходимости интеграла Пуассона и оценка решения. Доказательство бесконечной дифференцируемости по t и x при t>0.	2							
4. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Формула Пуассона. Доказательство, что интеграл Пуассона – решение однородного уравнения. Выполнение начальных условий.	2							
5. Принцип максимума для параболического уравнения в ограниченной области. Основная теорема. Теоремы - следствия.	2							
6. Теоремы принципа максимума для параболического уравнения в неограниченной области. Оценки решения.	2							

7. Применение теорем принципа максимума для доказательства единственности решения первой краевой задачи для уравнения Бюргерса. Теорема о непрерывной зависимости классического решения 1-ой краевой задачи для параболического уравнения от правой части f(t,x), начальной функции ϕ(x) и граничной функции ψ(x).	2							
8. Теорема о непрерывной зависимости классического решения 1-ой краевой задачи для параболического уравнения от правой части f(t,x), начальной функции ϕ (x) и граничной функции ψ(x). Теорема единственности решения первой краевой задачи для уравнения Бюргерса	2							
9. Промежуточный контроль	2							
10. Корректность задач по Адамару, примеры некорректно поставленных задач			2					
11. Задача Коши для волнового уравнения, формула Даламбера			2					
12. Задача Коши для волнового уравнения для функции нескольких переменных			2					
13. Задача Коши для уравнения теплопроводности			2					
14. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Формула Пуассона			2					
15. Принцип максимума для параболических уравнений, априорная оценка решений			2					
16. Принцип максимума для параболических уравнений, доказательства единственности краевых задач			2					

17. Принцип максимума для параболических уравнений, доказательства непрерывной зависимости решений от начальных данных			2					
18. Контрольная работа			2					
19. Изучение теоретического материала по разделу 2							4	
20. Решение задач по разделу 2							4	
3. Пространства Соболева. Обобщенные решения краевых задач для уравнений в частных производных.								
1. Банахово и гильбертово пространства. Финитная функция. Нормы и скалярные произведения. Определение обобщенной производной (по С.Л.Соболеву).	2							
2. Обобщенная производная. Основные свойства. Примеры вычисления обобщенных производных. Примеры, когда обобщенная производная не существует	2							
3. Пространства С.Л.Соболева. Полнота пространства Соболева. Сильная и слабая сходимость.	2							
4. След функции на поверхности размерности n-1. Лемма о следе. Примеры вычисления следов.	2							
5. Формула интегрирования по частям для функций из пространства Соболева	2							
6. Эквивалентные нормы. Примеры эквивалентных норм в пространстве Соболева. Теорема об эквивалентности норм	2							
7. Обобщенное решение первой краевой задачи для эллиптического уравнения. Теорема Рисса. Теоремы существования и единственности обобщенного решения	2							

8. Обобщенное решение второй краевой задачи для эллиптического уравнения. Теоремы существования и единственности обобщенного решения.	2							
9. Промежуточный контроль	2							
10. Линейные пространства, нормы, скалярные произведения. Функции, измеримые по Лебегу, интеграл Лебега. Пространства Лебега.			2					
11. Сходимость по норме и слабая сходимость			2					
12. Обобщенная производная			2					
13. Пространства Соболева. След функции			2					
14. Неравенство Стеклова. Эквивалентность норм пространств			2					
15. Определение обобщенного решения			2					
16. Обобщенные решения первой краевой задачи			2					
17. Обобщенные решения второй краевой задачи			2					
18. Контрольная работа			2					
19. Изучение теоретического материала по разделу 3							6	
20. Решение задач по разделу 3							5	
4. Функциональные методы решения краевых задач для уравнений в частных производных								
1. Понятие квадратичного функционала. Минимизирующая последовательность. Теорема о существовании минимизирующей последовательности.	2							
2. Необходимое условие минимума квадратичного функционала. Связь между элементом, реализующим минимум функционала и обобщенным решением краевой задачи	2							

3. Метод Ритца построения минимизирующей последовательности функционала	2							
4. Метод Галеркина для первой краевой задачи для эллиптического уравнения. Исследование единственности решения. Сильная сходимость последовательности галеркинских приближений	2							
5. Метод Галеркина для второй и третьей краевых задач для эллиптического уравнения	2							
6. Обобщенные решения первой краевой задачи для параболического уравнения	2							
7. Метод Галеркина для первой краевой задачи для параболического уравнения	2							
8. Обобщенные решения краевых задач для гиперболических уравнений	2							
9. Гладкость обобщенных решений			2					
10. Линейный непрерывный функционал			2					
11. Существование и единственность обобщенного решения (теорема Рисса)			2					
12. Необходимое условие минимума квадратичного функционала			2					
13. Связь элемента, реализующего минимум функционала, с решением краевых задач			2					
14. Решение задач на нахождение минимума функционала (сведение к нахождению гладкого решения краевой задачи)			2					
15. Определение обобщенного решения краевых задач для параболических уравнений			2					
16. Контрольная работа			2					

17. Изучение теоретического материала по разделу 4							6	
18. Решение задач по разделу 4							5	
Всего	70		70				40	

4 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

4.1 Печатные и электронные издания:

1. Михайлов В. П. Дифференциальные уравнения в частных производных: учебное пособие для механико-математических и физических специальностей вузов(Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит.).
2. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики: учебник для физико-математических специальностей университетов (МоскваМосква: Московский университет [МГУ] им. М.В. Ломоносова).
3. Владимиров В. С., Жаринов В. В. Уравнения математической физики: учебник для студентов вузов(Москва: ФИЗМАТЛИТ).
4. Белов Ю. Я., Дуракова В. К., Лазарева Н. Н., Шипина Т. Н. Уравнения с частными производными: учеб. пособие по циклу практ. занятий (Красноярск: СФУ).
5. Белов Ю. Я., Белов Ю. Я. Уравнения с частными производными: учеб. пособие(Красноярск: СФУ).
6. Андреев В.К., Белов Ю.Я., Лазарева Н.Н., Шипина Т.Н. Уравнения математической физики: учеб. пособие(Красноярск: КГУ).
7. Владимиров В. С., Вашарин А. А., Каримова Х. Х., Михайлов В. П., Сидоров Ю. В., Шабунин М. И., Владимиров В. С. Сборник задач по уравнениям математической физики: учеб. пособие(Москва: ФИЗМАТЛИТ).
8. В.С.Владимиров, В.В.Жаринов Уравнения математической физики: учебник для вузов(ФИЗМАТЛИТ).
9. Белов Ю. Я., Дуракова В. К., Сорокин Р. В. Уравнения с частными производными: организац.-метод. указ. по освоению дисциплины (Красноярск: СФУ).

4.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства (программное обеспечение, на которое университет имеет лицензию, а также свободно распространяемое программное обеспечение):

1. Не требуется.

4.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Не требуется.

5 Фонд оценочных средств

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы. Специальные помещения должны быть укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории (меловые, маркерные или интерактивные доски).